

# Plano de ensino

## MCZB030-17 – Teoria Axiomática de Conjuntos

Universidade Federal do ABC  
Quadrimestre Suplementar 2021.1

### Docente

Rodrigo Roque Dias  
rodrigo.dias@ufabc.edu.br

### Página da disciplina

<http://professor.ufabc.edu.br/~rodrigo.dias/TAC/>

### Formato

As atividades da disciplina se darão majoritariamente de forma assíncrona, a partir do estudo individual de notas de aula elaboradas pelo docente e disponibilizadas na página da disciplina acima informada.

Semanalmente, haverá encontros síncronos com duração de duas horas, no qual serão discutidos em grupo os tópicos *já previamente estudados* segundo indicação semanal na página da disciplina. A participação nos encontros síncronos não é obrigatória, porém é enfaticamente encorajada.

### Encontros síncronos

6<sup>a</sup> – das 19:00 às 21:00

<https://meet.google.com/pdj-nogg-qqq>

**Excepcionalmente nos dias 02/04 e 09/04**, não haverá encontros síncronos. Estes serão antecipados, respectivamente, para os dias **31/03 e 07/04, das 21:00 às 23:00**, no mesmo endereço acima informado.

### Horário de atendimento

4<sup>a</sup> – das 17:00 às 19:00

<https://meet.google.com/pdj-nogg-qqq>

atendimentos assíncronos podem ser realizados por e-mail

## **Ementa**

A análise do conceito de conjunto, os paradoxos da teoria de conjuntos e as questões de fundamentos da Matemática; o método axiomático aplicado à teoria de conjuntos e o exame crítico dos axiomas; definição e análise dos conceitos de cardinal e ordinal; a dificuldade de definir conjunto finito e os diversos infinitos; o conceito de boa-ordem e teoremas sobre indução matemática; exposição de diversas versões do axioma da escolha e algumas proposições equivalentes; aceitação do axioma da escolha e algumas consequências; exposição e exame de questões sobre a Hipótese do Contínuo; apresentação sobre alguns aspectos dos universos conjuntistas.

## **Conteúdo programático**

A noção de conjunto; Paradoxo de Russell; teoria axiomática de conjuntos. Linguagem da teoria de conjuntos. Teoria básica: conjunto vazio, extensionalidade, especificação, par, união, conjunto das partes. Relações e funções; relações de ordem. Axioma do Infinito; ordinais e números naturais; conjuntos bem-ordenados; Axioma da Substituição. Teorema de Cantor–Bernstein; conjuntos enumeráveis. Cardinais; alephs; aritmética cardinal. Axioma da Escolha, Lema de Kuratowski–Zorn, Teorema de Zermelo e aplicações. Indução transfinita, recursão transfinita e aplicações. Hipótese do Contínuo e algumas de suas consequências. Relações bem-fundadas; hierarquia cumulativa de conjuntos; Axioma da Regularidade.

## **Avaliação**

Os instrumentos de avaliação terão por objetivo apreciar a compreensão dos conceitos estudados na disciplina (sendo dada particular importância à clareza e à precisão na expressão, tanto em linguagem matemática quanto em linguagem não matemática), bem como o domínio dos conteúdos nela trabalhados.

A avaliação será feita por meio de listas de exercícios (sempre constituídas por exercícios retirados das notas de aula previamente disponibilizadas) a serem entregues individualmente ao longo do quadrimestre, segundo cronograma previsto neste plano de ensino. Os exercícios a serem entregues devem ser enviados para o e-mail institucional do docente dentro do prazo estipulado, sendo para isso aceitas tanto digitalizações *legíveis* de resoluções feitas em papel quanto versões digitadas destas (nesse caso, recomenda-se  $\text{\LaTeX}$ ).

Ao conjunto de exercícios entregues, será atribuído um conceito de acordo com o estabelecido no Anexo da Resolução ConsEPE nº 147, o qual será o conceito final obtido na disciplina.

A título de retorno a cada estudante, os exercícios entregues serão devolvidos corrigidos com uma indicação do conceito parcial que seria obtido a partir destes. Prevê-se, ainda, a possibilidade de se refazerem (até o limite de uma vez) os exercícios incorretos a fim de um aprendizado mais completo, com subsequente atualização dos conceitos parciais atribuídos a eles. O prazo para entrega de exercícios refeitos é de uma semana a partir do dia em que a lista corrigida for enviada pelo docente a cada estudante.

## Exame de recuperação

Ao término do quadrimestre, uma lista de exercícios adicional, que consistirá na atividade de recuperação da disciplina, será disponibilizada para estudantes que tenham obtido conceito final D ou F, para entrega no início do próximo quadrimestre.

À lista de recuperação será atribuído um conceito — A, B, C, D ou F —, novamente visando a corresponder à avaliação de desempenho descrita no Anexo 1 da Resolução ConsEPE nº 147, de 19 de março de 2013. O conceito final — que, nestas condições, será C, D ou F — será então determinado a partir do conceito prévio e do conceito obtido na lista de recuperação. Para tal efeito, será considerado prioritariamente o desempenho na lista de recuperação.

## Avaliações substitutivas

Havendo impossibilidade de entrega de qualquer atividade avaliativa em virtude de circunstância contemplada no Art. 2º da Resolução ConsEPE nº 181, de 23 de outubro de 2014 — mas não apenas em tais casos —, o docente deve ser contatado em seu *e-mail* institucional para que se viabilize uma atividade substitutiva a ser acordada entre as partes.

## Cronograma

semana	tópicos	atividades avaliativas
1	<ul style="list-style-type: none"><li>• a noção de conjunto</li><li>• axiomatização</li><li>• Teoria Básica de Conjuntos</li></ul>	—
2	<ul style="list-style-type: none"><li>• operações com conjuntos</li><li>• relações e funções</li><li>• relações de ordem</li></ul>	—
3	<ul style="list-style-type: none"><li>• números naturais</li><li>• Axioma do Infinito</li><li>• Princípio da Indução Finita</li></ul>	18/02 – divulgação da Lista 1
4	<ul style="list-style-type: none"><li>• conjuntos bem-ordenados</li><li>• comparação entre boas-ordens</li></ul>	—
5	<ul style="list-style-type: none"><li>• ordinais</li><li>• propriedades básicas de ordinais</li></ul>	01/03 – entrega da Lista 1
6	<ul style="list-style-type: none"><li>• propriedades não tão básicas de ordinais</li><li>• isomorfismos entre boas-ordens e ordinais</li><li>• Axioma da Substituição</li></ul>	11/03 – divulgação da Lista 2
7	<ul style="list-style-type: none"><li>• ordinais sucessores e ordinais limite</li><li>• recursão transfinita</li><li>• aritmética de naturais</li><li>• aritmética de ordinais</li></ul>	—

semana	tópicos	atividades avaliativas
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>• conjuntos equipotentes</li> <li>• Teorema de Cantor–Bernstein</li> <li>• conjuntos finitos e infinitos</li> <li>• conjuntos enumeráveis e não enumeráveis</li> <li>• Teorema de Cantor</li> </ul>	22/03 – entrega da Lista 2
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ordinais iniciais</li> <li>• número de Hartogs</li> <li>• hierarquia dos ordinais iniciais (<math>\omega_\alpha</math>)</li> </ul>	01/04 – divulgação da Lista 3
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Axioma da Escolha</li> <li>• Lema de Kuratowski–Zorn</li> <li>• Teorema de Zermelo</li> </ul>	—
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>• consequências do Axioma da Escolha</li> <li>• cardinais (<math>\aleph_\alpha</math>)</li> <li>• aritmética cardinal</li> </ul>	12/04 – entrega da Lista 3
12	<ul style="list-style-type: none"> <li>• cardinalidade de certos conjuntos infinitos</li> <li>• Hipótese do Contínuo</li> <li>• Axioma da Regularidade</li> </ul>	22/04 – divulgação da Lista 4
13	—	—
14	—	03/05 – entrega da Lista 4

## Bibliografia

### Básica

- K. Hrbacek e T. Jech, *Introduction to set theory*. New York: Marcel Dekker, 1999.
- K. Ciesielski, *Set theory for the working mathematician*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- W. Just e M. Weese, *Discovering modern set theory. Volume 1: The basics*. Providence: American Mathematical Society, 1995.

### Complementar

- I. Kaplansky, *Set theory and metric spaces*. Providence: American Mathematical Society, 1977.
- P. Halmos, *Teoria ingênua dos conjuntos*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001.
- R. Fajardo, *Teoria dos conjuntos*.  
<https://www.ime.usp.br/~fajardo/Conjuntos.pdf>
- R. Bianconi, *Teoria dos conjuntos*.  
<https://www.ime.usp.br/~mat/330/>

- L. F. Aurichi, *Aplicações de teoria dos conjuntos*.  
<https://sites.icmc.usp.br/aurichi/doku.php?id=curso:conjuntos2020>
- K. Kunen, *Set theory: an introduction to independence proofs*. Amsterdam: Elsevier, 1980.
- K. Devlin, *The joy of sets: fundamentals of contemporary set theory*. New York: Springer, 1993.
- K. Kunen, *Set theory*. London: College Publications, 2011.
- T. Jech, *Set theory*. Berlin: Springer, 2003.