

Plano de ensino

MCZB030-17 – Teoria Axiomática de Conjuntos

Universidade Federal do ABC
Quadrimestre Suplementar 2021.1

Docente

Rodrigo Roque Dias
rodrigo.dias@ufabc.edu.br

Página da disciplina

<http://professor.ufabc.edu.br/~rodrigo.dias/TAC/>

Formato

As atividades da disciplina se darão majoritariamente de forma assíncrona, a partir do estudo individual de notas de aula elaboradas pelo docente e disponibilizadas na página da disciplina acima informada.

Semanalmente, haverá encontros síncronos com duração de duas horas, no qual serão discutidos em grupo os tópicos *já previamente estudados* segundo indicação semanal na página da disciplina. A participação nos encontros síncronos não é obrigatória, porém é enfaticamente encorajada.

Encontros síncronos

6^a – das 19:00 às 21:00

<https://meet.google.com/pdj-nogg-qqq>

Excepcionalmente nos dias 02/04 e 09/04, não haverá encontros síncronos. Estes serão antecipados, respectivamente, para os dias **31/03 e 07/04, das 21:00 às 23:00**, no mesmo endereço acima informado.

Horário de atendimento

4^a – das 17:00 às 19:00

<https://meet.google.com/pdj-nogg-qqq>

atendimentos assíncronos podem ser realizados por e-mail

Ementa

A análise do conceito de conjunto, os paradoxos da teoria de conjuntos e as questões de fundamentos da Matemática; o método axiomático aplicado à teoria de conjuntos e o exame crítico dos axiomas; definição e análise dos conceitos de cardinal e ordinal; a dificuldade de definir conjunto finito e os diversos infinitos; o conceito de boa-ordem e teoremas sobre indução matemática; exposição de diversas versões do axioma da escolha e algumas proposições equivalentes; aceitação do axioma da escolha e algumas consequências; exposição e exame de questões sobre a Hipótese do Contínuo; apresentação sobre alguns aspectos dos universos conjuntistas.

Conteúdo programático

A noção de conjunto; Paradoxo de Russell; teoria axiomática de conjuntos. Linguagem da teoria de conjuntos. Teoria básica: conjunto vazio, extensionalidade, especificação, par, união, conjunto das partes. Relações e funções; relações de ordem. Axioma do Infinito; ordinais e números naturais; conjuntos bem-ordenados; Axioma da Substituição. Teorema de Cantor–Bernstein; conjuntos enumeráveis. Cardinais; alephs; aritmética cardinal. Axioma da Escolha, Lema de Kuratowski–Zorn, Teorema de Zermelo e aplicações. Indução transfinita, recursão transfinita e aplicações. Hipótese do Contínuo e algumas de suas consequências. Relações bem-fundadas; hierarquia cumulativa de conjuntos; Axioma da Regularidade.

Avaliação

Os instrumentos de avaliação terão por objetivo apreciar a compreensão dos conceitos estudados na disciplina (sendo dada particular importância à clareza e à precisão na expressão, tanto em linguagem matemática quanto em linguagem não matemática), bem como o domínio dos conteúdos nela trabalhados.

A avaliação será feita por meio de listas de exercícios (sempre constituídas por exercícios retirados das notas de aula previamente disponibilizadas) a serem entregues individualmente ao longo do quadrimestre, segundo cronograma previsto neste plano de ensino. Os exercícios a serem entregues devem ser enviados para o e-mail institucional do docente dentro do prazo estipulado, sendo para isso aceitas tanto digitalizações *legíveis* de resoluções feitas em papel quanto versões digitadas destas (nesse caso, recomenda-se \LaTeX).

Ao conjunto de exercícios entregues, será atribuído um conceito de acordo com o estabelecido no Anexo da Resolução ConsEPE nº 147, o qual será o conceito final obtido na disciplina.

A título de retorno a cada estudante, os exercícios entregues serão devolvidos corrigidos com uma indicação do conceito parcial que seria obtido a partir destes. Prevê-se, ainda, a possibilidade de se refazerem (até o limite de uma vez) os exercícios incorretos a fim de um aprendizado mais completo, com subsequente atualização dos conceitos parciais atribuídos a eles. O prazo para entrega de exercícios refeitos é de uma semana a partir do dia em que a lista corrigida for enviada pelo docente a cada estudante.

Exame de recuperação

Ao término do quadrimestre, uma lista de exercícios adicional, que consistirá na atividade de recuperação da disciplina, será disponibilizada para estudantes que tenham obtido conceito final D ou F, para entrega no início do próximo quadrimestre.

À lista de recuperação será atribuído um conceito — A, B, C, D ou F —, novamente visando a corresponder à avaliação de desempenho descrita no Anexo 1 da Resolução ConsEPE nº 147, de 19 de março de 2013. O conceito final — que, nestas condições, será C, D ou F — será então determinado a partir do conceito prévio e do conceito obtido na lista de recuperação. Para tal efeito, será considerado prioritariamente o desempenho na lista de recuperação.

Avaliações substitutivas

Havendo impossibilidade de entrega de qualquer atividade avaliativa em virtude de circunstância contemplada no Art. 2º da Resolução ConsEPE nº 181, de 23 de outubro de 2014 — mas não apenas em tais casos —, o docente deve ser contatado em seu *e-mail* institucional para que se viabilize uma atividade substitutiva a ser acordada entre as partes.

Cronograma

semana	tópicos	atividades avaliativas
1	<ul style="list-style-type: none">• a noção de conjunto• axiomatização• Teoria Básica de Conjuntos	—
2	<ul style="list-style-type: none">• operações com conjuntos• relações e funções• relações de ordem	—
3	<ul style="list-style-type: none">• números naturais• Axioma do Infinito• Princípio da Indução Finita	18/02 – divulgação da Lista 1
4	<ul style="list-style-type: none">• conjuntos bem-ordenados• comparação entre boas-ordens	—
5	<ul style="list-style-type: none">• ordinais• propriedades básicas de ordinais	01/03 – entrega da Lista 1
6	<ul style="list-style-type: none">• propriedades não tão básicas de ordinais• isomorfismos entre boas-ordens e ordinais• Axioma da Substituição	11/03 – divulgação da Lista 2
7	<ul style="list-style-type: none">• ordinais sucessores e ordinais limite• recursão transfinita• aritmética de naturais• aritmética de ordinais	—

semana	tópicos	atividades avaliativas
8	<ul style="list-style-type: none"> • conjuntos equipotentes • Teorema de Cantor–Bernstein • conjuntos finitos e infinitos • conjuntos enumeráveis e não enumeráveis • Teorema de Cantor 	22/03 – entrega da Lista 2
9	<ul style="list-style-type: none"> • ordinais iniciais • número de Hartogs • hierarquia dos ordinais iniciais (ω_α) 	01/04 – divulgação da Lista 3
10	<ul style="list-style-type: none"> • Axioma da Escolha • Lema de Kuratowski–Zorn • Teorema de Zermelo 	—
11	<ul style="list-style-type: none"> • consequências do Axioma da Escolha • cardinais (\aleph_α) • aritmética cardinal 	12/04 – entrega da Lista 3
12	<ul style="list-style-type: none"> • cardinalidade de certos conjuntos infinitos • Hipótese do Contínuo • Axioma da Regularidade 	22/04 – divulgação da Lista 4
13	—	—
14	—	03/05 – entrega da Lista 4

Bibliografia

Básica

- K. Hrbacek e T. Jech, *Introduction to set theory*. New York: Marcel Dekker, 1999.
- K. Ciesielski, *Set theory for the working mathematician*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- W. Just e M. Weese, *Discovering modern set theory. Volume 1: The basics*. Providence: American Mathematical Society, 1995.

Complementar

- I. Kaplansky, *Set theory and metric spaces*. Providence: American Mathematical Society, 1977.
- P. Halmos, *Teoria ingênua dos conjuntos*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001.
- R. Fajardo, *Teoria dos conjuntos*.
<https://www.ime.usp.br/~fajardo/Conjuntos.pdf>
- R. Bianconi, *Teoria dos conjuntos*.
<https://www.ime.usp.br/~mat/330/>

- L. F. Aurichi, *Aplicações de teoria dos conjuntos*.
<https://sites.icmc.usp.br/aurichi/doku.php?id=curso:conjuntos2020>
- K. Kunen, *Set theory: an introduction to independence proofs*. Amsterdam: Elsevier, 1980.
- K. Devlin, *The joy of sets: fundamentals of contemporary set theory*. New York: Springer, 1993.
- K. Kunen, *Set theory*. London: College Publications, 2011.
- T. Jech, *Set theory*. Berlin: Springer, 2003.