

# Plano de Ensino

## Docente:

Ana Carolina Boero

[ana.boero@ufabc.edu.br](mailto:ana.boero@ufabc.edu.br)

## Disciplina:

MCZB030-17 - Teoria Axiomática de Conjuntos

## Página da disciplina:

<http://professor.ufabc.edu.br/~ana.boero/TAC>

## Horários e locais das atividades:

Turma A, diurno, Santo André

2º quadrimestre de 2022

|         | 2ª feira | 3ª feira                             | 4ª feira                       | 5ª feira | 6ª feira                       |
|---------|----------|--------------------------------------|--------------------------------|----------|--------------------------------|
| 8h-10h  |          |                                      | Aula teórica<br><b>S-308-2</b> |          |                                |
| 10h-12h |          |                                      |                                |          | Aula teórica<br><b>S-308-2</b> |
| 13h-15h |          | Atendimento docente<br><b>S512-2</b> |                                |          |                                |

## Ementa:

A análise do conceito de conjunto, os paradoxos da teoria de conjuntos e as questões de fundamentos da matemática; o método axiomático aplicado à teoria de conjuntos e o exame crítico dos axiomas; definição e análise dos conceitos de cardinal e ordinal; a dificuldade de definir conjunto finito e os diversos infinitos; o conceito de boa-ordem e teoremas sobre indução matemática; exposição de diversas versões do axioma da escolha e algumas proposições equivalentes; aceitação do axioma da escolha e algumas consequências;

exposição e exame de questões sobre a Hipótese do Contínuo; apresentação de alguns aspectos dos universos conjuntistas.

**Cronograma:**

|                  | <b>Conteúdo</b>  |
|------------------|--|
| <b>Semana 1</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● A noção de conjunto</li> <li>● Axiomatização</li> <li>● Teoria Básica de Conjuntos: axiomas do vazio, da extensionalidade, da especificação (ou separação), do par, da união, das partes</li> </ul>               |
| <b>Semana 2</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Operações com conjuntos</li> <li>● Relações e funções</li> </ul>  |
| <b>Semana 3</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Números naturais</li> <li>● Axioma do infinito</li> <li>● Princípio de Indução Finita (PIF)</li> <li>● Ordenando os números naturais</li> <li>● A segunda versão do PIF e o Princípio da Boa Ordenação</li> </ul> |
| <b>Semana 4</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Conjuntos bem-ordenados</li> <li>● Comparação entre boas-ordens</li> </ul>  |
| <b>Semana 5</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Ordinais</li> <li>● Propriedades dos ordinais</li> </ul>  |
| <b>Semana 6</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Isomorfismos entre boas-ordens e ordinais</li> <li>● Axioma da substituição</li> <li>● Prova 1</li> </ul>   |
| <b>Semana 7</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Recursão transfinita</li> <li>● Aritmética dos naturais</li> <li>● Aritmética ordinal</li> <li>● Ordinais sucessores e ordinais limite</li> </ul>   |
| <b>Semana 8</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Conjuntos equipotentes</li> <li>● Teorema de Cantor-Bernstein-Schröder</li> <li>● Conjuntos finitos e infinitos; conjuntos enumeráveis e não enumeráveis</li> <li>● Teorema de Cantor</li> </ul>                  |
| <b>Semana 9</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Ordinais iniciais</li> <li>● Número de Hartogs</li> <li>● A hierarquia dos ordinais iniciais</li> </ul>   |
| <b>Semana 10</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Axioma da Escolha</li> <li>● Lema de Kuratowski-Zorn</li> <li>● Teorema de Zermelo</li> </ul>   |
| <b>Semana 11</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● Cardinais</li> <li>● Aritmética cardinal</li> </ul>   |

|                  |  |
|------------------|--|
|                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hipótese do Contínuo</li> </ul>   |
| <b>Semana 12</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Axioma da regularidade</li> </ul> |
| <b>Semana 13</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prova 2</li> </ul>                |

### Avaliação:

Os alunos serão avaliados por meio de duas provas escritas (presenciais síncronas), denominadas *provas regulares*. Nelas, apreciarei a compreensão e uso da linguagem matemática, do raciocínio lógico, das técnicas apresentadas em sala de aula, bem como a clareza com que o aluno expressa suas ideias e a sua criatividade na resolução de problemas.

Datas das provas regulares:

Prova 1: 15/07 (sexta-feira)

Prova 2: 30/08 (terça-feira, que repõe o feriado de 17/06)

### Conceitos:

Será atribuída uma nota de 0 a 10 a cada uma das provas. A média (M) será dada por

$$M = (P1 + 2 \cdot P2) / 3$$

onde P1 e P2 correspondem às notas obtidas nas primeira e segunda provas, respectivamente.

Os conceitos serão atribuídos de acordo com a tabela abaixo:

| Conceito |                  |
|----------|------------------|
| A        | $M \geq 8,5$     |
| B        | $7 \leq M < 8,5$ |
| C        | $5 \leq M < 7$   |
| D        | $4 \leq M < 5$   |
| F        | $M < 4$          |

Ao aluno que não comparecer às atividades avaliativas será atribuído conceito O.

### Exame de recuperação:

O exame de recuperação consistirá de uma prova escrita que abarcará todo o conteúdo da disciplina. Qualquer aluno com conceito final diferente de A poderá fazê-lo.

Caso o aluno opte por fazer o exame de recuperação, sua média final (MF) será dada por

$$MF = \max\{M; (REC + 2 \cdot P2)/3; (P1 + 2 \cdot REC)/3\}$$

onde REC corresponde à nota obtida no exame de recuperação. A média final gerará um novo conceito, que será atribuído de acordo com a tabela acima.

Data do exame de recuperação: 23/09 (sexta-feira), das 14h às 16h

#### *Avaliação substitutiva:*

Se (e somente se) houver impossibilidade de comparecimento em qualquer uma das provas regulares ou no exame de recuperação em virtude de circunstância contemplada no Art. 2º da [Resolução ConsEPE nº 227, de 23 de abril de 2018](#), será oferecida uma avaliação substitutiva, nos mesmos moldes da avaliação perdida, mediante comprovação de tal circunstância.

A docente deverá ser contatada via e-mail institucional em até 48h após a realização da prova regular, a fim de agendar data e horário para realização da prova substitutiva. Casos em que o motivo da falta impeça o aluno de contatar a docente no prazo estabelecido serão analisados separadamente, preservando o direito do aluno à reposição da prova.

#### **Bibliografia:**

1. Ciesielski, K. **Set theory for the Working Mathematician**. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
2. Hrbacek, K.; Jech, T. **Introduction to Set Theory**. 3.ed. New York: Marcel Dekker, 1999.
3. Just, W.; Weese, M. **Discovering Modern Set Theory. I: The basics**. Providence: American Mathematical Society, 1995.

#### **Bibliografia complementar:**

1. Halbeisen, L. J. **Combinatorial Set Theory: With a Gentle Introduction to Forcing**. London: Springer, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-2173-2>.
2. Halmos, P. R. **Teoria ingênua dos conjuntos**. São Paulo: Ciência Moderna, 2001.
3. Jech, T. **Set theory**. 3.ed. New York: Springer, 2003.
4. Just, W.; Weese, M. **Discovering modern set theory. II: Set-Theoretic Tools for Every Mathematician**. Providence: American Mathematical Society, 1996.
5. Kaplansky, I. **Set theory and metric spaces**. 2.ed. Providence: American Mathematical Society, 1977.

6. Kunen, K. **Set theory: an introduction to independence proofs**. Amsterdam: Elsevier, 2006.
7. Kunen, K. **Set theory**. London: College Publications, 2013.