

# Plano de Ensino

## Teoria da Medida e Integração – Q2/2023

**Código:** MC 1104

**T-P-I:** 4-0-4

**Carga Horária:** 48 horas

**Recomendações:** Análise Real II

**Docente:** Rafael de Mattos Grisi

**Sala:** S801, bloco B, Campus Santo André

**Contato:** rafael.grisi@ufabc.edu.br

**Ementa:** Funções mensuráveis. Espaços de medida. Construção de medidas. Funções mensuráveis. Integral de Lebesgue-Stieltjes. Teoremas Limite. Modos de convergência. Espaços Produto e Teorema de Fubini.

### Bibliografia Básica

1. FOLLAND, Gerald B. **Real Analysis - Modern Techniques and Their Applications**. New York: John Wiley, 1999.
2. BARTLE, R.G. **A Modern Theory of Integration**. American Mathematical Society. Providence, 2001.
3. FERNANDEZ, P. **Medida e Integração**. Projeto Euclides. IMPA, Rio de Janeiro, 1976.

### Bibliografia Complementar

4. BARTLE, R. **The Elements of Integration and Lebesgue Measure**. Wiley. 1995.
5. ZYGMUND, A., WHEEDEN, R.. **Measure and Integration**. CRC Press, 1977
6. VESTRUP, E. M. **The theory of measures and integration**. Hoboken, N.J: Wiley-Interscience, c2003
7. CASTRO JR, A. Armando de. **Curso de teoria da medida**. Rio de Janeiro: IMPA, 2004. 170 p. (Projeto Euclides).

### Recursos Tecnológicos

✓ **Ambiente Virtual: Moodle**

O site do curso, assim como todos os recursos e atividades a serem realizadas, serão hospedadas no Moodle da UFABC.

Os alunos serão inscritos no curso no Moodle pelo docente antes do início das aulas. Os alunos que não forem inscritos automaticamente deverão contatar o docente o quanto antes para resolver o problema.

✓ **Plataforma de vídeo conferência: Zoom e/ou Google Meets**

Atendimentos de dúvidas aos alunos poderão, conforme necessidade dos discentes, ser feitos nestas plataformas.

✓ **Aplicativo de contato: Telegram**

O curso contará também com um grupo de Telegram. Os alunos receberão um link para se inscrever no grupo antes do início das aulas. O grupo será o principal ponto de contato entre docentes e alunos, e todos os principais avisos serão enviados por lá.

## Organização do Curso

O conteúdo do curso será dividido em 5 módulos, de acordo com a tabela apresentada ao final deste documento. Cada módulo será composto de

- Notas de Aula
- Lista de Exercícios

Durante as aulas presenciais trabalharemos alguns tópicos referentes ao módulo daquela semana, considerando sempre a necessidade do curso e o progresso dos alunos.

Cada módulo terá um tempo esperado de conclusão, como especificado abaixo:

- **Módulo 1:** Definindo Medidas – 5 aulas - 30/05 a 13/06
- **Módulo 2:** Construindo Medidas – 5 aulas - 16/06 a 30/06
- **Módulo 3:** Funções Mensuráveis – 2 aulas - 04/07 a 07/07
- **Módulo 4:** A Integral de Lebesgue – 6 aulas - 11/07 a 28/07
- **Módulo 5:** Modos de Convergência – 2 aulas - 01/08 a 04/08
- **Módulo 6:** Medidas Produto – 2 aulas – 08/08 a 11/08

*Obs: Os tempos listados acima são apenas uma expectativa, com a intenção de guiar os alunos ao longo do quadrimestre. É possível que alguns módulos tomem menos tempo de estudo, enquanto outros tomem um pouco mais.*

## Atendimento

O principal ponto de contato e atendimento será o grupo do Telegram. Alunos que tiverem dúvidas, podem enviar uma mensagem pelo grupo ou em privado a qualquer momento.

O docente tentará responder as dúvidas simples por lá. Para as mais complexas são diversos os caminhos:

- O aluno pode buscar o docente na sala 801 do bloco B, ou tentar combinar um horário;
- O docente fará um plantão de dúvidas toda quarta-feira antes da aula, na sala 801 do bloco B;
- Se necessário e for mais eficiente, é possível combinar uma chamada de vídeo para resolver a dúvida.

O link de uma eventual chamada de vídeo para dúvidas será enviado via Telegram, no grupo da disciplina, para que qualquer interessado possa participar.

## Avaliação

A avaliação do curso será feita a partir de 2 tipos de atividades:

- Prova Presencial – **dia 18/08**
  - A prova cobrirá todo o conteúdo do curso
- Listas de exercícios – **a partir de 23/06, de acordo com calendário abaixo**
  - O aluno terá 3 dias para entregar a solução de 4 listas de exercícios a serem selecionados e divulgados pelo docente nas datas abaixo.
    - **Exercícios Módulos 1 e 2** – 23/06 a 25/06
    - **Exercícios Módulo 3** – 14/07 a 16/07
    - **Exercícios Módulo 4** – 04/08 a 06/08
    - **Exercícios Módulo 5** – 11/08 a 13/08

## Conceitos

Cada atividade receberá uma nota entre 0 e 10, e a **nota final** será dada pela média aritmética destas notas:

$$NF = \frac{Prova + Média das Lista}{2}$$

A nota final será então convertida em conceito de acordo com a tabela abaixo:

Nota Final	Conceito
$NF < 4,5$	F
$4,5 \leq NF < 5$	D
$5 \leq NF < 7$	C
$7 \leq NF < 8,5$	B
$8,5 \leq NF$	A

## Exame de Recuperação

O exame de recuperação será uma nova lista de exercícios nos moldes da última avaliação.

Aqueles que fizerem o exame terão nova média final calculada pela média aritmética da nota do exame ( $NE$ ) e a nota final do curso ( $NF$ ).

$$MF = \frac{NF + NE}{2}$$

**Datas do Exame: de 23/09 a 30/09**

## Organização e Detalhamento de Tópicos do Curso

<b>Módulo 1</b> <b>Definindo Medidas</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os conjuntos de Vitali e a existência de medidas</li> <li>• Álgebras e Sigma-Álgebras</li> </ul>
	<b>Semana 2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição de Medidas</li> <li>• Propriedades</li> <li>• Medidas Completas e Completamento</li> </ul>
<b>Módulo 2</b> <b>Construindo Medidas</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida Exterior</li> <li>• Pré-medidas</li> <li>• Teorema de Extensão de Carathéodory.</li> </ul>
	<b>Semana 2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de Borel</li> <li>• Medidas de Lebesgue-Stieltjes</li> </ul>
<b>Módulo 3</b> <b>Funções Mesuráveis</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definições</li> <li>• Propriedades</li> <li>• Aproximação Padrão</li> </ul>
<b>Módulo 4</b> <b>A Integral de Lebesgue</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definição para Funções Simples</li> <li>• Definição Geral e Prova Padrão</li> <li>• Principais Propriedades</li> </ul>
	<b>Semana 2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Teorema da Convergência Monótona</li> <li>• Lema de Fatou</li> <li>• Teorema da Convergência Dominada</li> <li>• Derivando embaixo do sinal de integral</li> </ul>
	<b>Semana 3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferenças entre integrais e Riemann e Lebesgue</li> <li>• Critério de Lebesgue para a integral de Riemann</li> </ul>
<b>Módulo 5</b> <b>Modos de Convergência</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convergência Quase-Certa</li> <li>• Convergência em Medida</li> <li>• Convergência em <math>L_p</math></li> <li>• Comparando modos de convergência</li> </ul>
<b>Módulo 6</b> <b>Medida Produto</b>	<b>Semana 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A sigma-álgebra produto</li> <li>• Medidas Produto</li> <li>• Teorema de Tonelli-Fubini</li> </ul>