

Funções de uma Variável

Quadrimestre 2023.3

Sumário

1	Funcionamento do Curso	3
2	Método avaliativo	5
3	Cronograma sugerido	7
3.1	Semana 1	7
3.2	Semana 2	8
3.3	Semana 3	9
3.4	Semana 4	10
3.5	Semana 5	11
3.6	Semana 6	12
3.7	Semana 7	13
3.8	Semana 8	14
3.9	Semana 9	15
3.10	Semana 10	16
3.11	Semana 11	17
3.12	Semana 12	18

1 Funcionamento do Curso

Páginas da disciplina:

- Moodle <https://moodle.ufabc.edu.br/course/view.php?id=5235>. Todas as informações sobre a disciplina, incluindo notas de aula, videos, datas importantes e testes estarão centralizadas no Moodle.
- Gradmat <http://gradmat.ufabc.edu.br/disciplinas/fuv/>. No site da GradMat, você poderá encontrar material adicional sobre a disciplina, incluindo sugestões adicionais de bibliografia e listas de exercícios.

Objetivos

Sistematizar a noção de função de uma variável real e introduzir os fundamentos do cálculo diferencial e integral.

Competências

Compreender os conceitos de derivada e integral; ser capaz de demonstrar pela definição casos simples de derivadas e integral; utilizar técnicas para o cálculo de derivadas e integrais. Utilizar as informações fornecidas pelas derivadas (primeira e segunda) e limites na construção do esboço do gráfico de uma função real; utilizar linguagem matemática na modelagem/resolução de situações problemas envolvendo os conceitos de limite, derivadas e integrais. Em especial, nos problemas de otimização de uma variável e no cálculo de áreas.

Ementa

Derivadas: Derivadas. Interpretação Geométrica e Taxa de Variação. Regras de derivação. Derivadas de funções elementares. Derivadas de ordem superior. Diferencial da função de uma variável. Aplicações de derivadas. Fórmula de Taylor. Máximos e mínimos, absolutos e relativos. Análise do comportamento de funções através de derivadas. Regra de L'Hôpital. Crescimento, decrescimento e concavidade. Construções de gráficos.

Integrais: Integral definida. Interpretação geométrica. Propriedades. Antiderivada e Integral indefinida. Teorema fundamental do cálculo. Aplicações da integral definida. Técnicas de Primitivação: técnicas elementares, mudança de variáveis, integração por partes, integração de funções racionais por frações parciais e Integrais trigonométricas. Aplicações ao cálculo de áreas e volumes.

Bibliografia básica

- STEWART, J. Cálculo – Volume 1; tradução da 8ª edição norte-americana. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- *Notas de aula*. Hengameh Raeisidehkordi, Majid Forghani Elahabad, Paula Andrea Cadavid Salazar e Rogério Teixeira Cavalcanti. Disponível no Moodle.
- GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo – Vol. 1; 6ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2021.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. Cálculo – Volume 1; 10ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2014.

• *Notas de Cálculo*. Armando Caputi, Cristian Coletti e Daniel Miranda. Disponível livremente em <http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf>.

Presença e aulas

Este é um curso presencial, com duas aulas semanais. Para aprovação, é necessária presença em pelo menos 75% das aulas. Ou seja, o número máximo de faltas é seis.

Vídeos

A disciplina conta com um catálogo de vídeos de apoio, disponíveis no Moodle e no canal do YouTube <https://www.youtube.com/channel/UCqbIA7R6nchNvNt88jq0W-Q>. Os vídeos podem ser usados para complementar e revisar o conteúdo visto em aula.

Atendimento extra-classe Cada docente disponibilizará aos seus alunos os os horários e formato do atendimento extra-aula, seguindo as regras estipuladas na Resolução 183 do ConsUni.

Monitorias

Haverá monitores para a disciplina. Estamos aguardando a manifestação da ProGrad para confirmar os discentes selecionados (houve uma segunda chamada para preenchimento de vagas remanescentes). Quando a coordenação estiver com a lista definitiva, iremos contactar os monitores e propor uma grade de horários de atendimento, visando atender de forma equilibrada às turmas de ambos os turnos.

2 Método avaliativo

O método avaliativo consistirá em **seis testes** e **duas provas**.

Testes

- Serão aplicados 6 testes, quizenalmente, nas semanas pares: 2, 4, 6, 8, 10, e 12.
- Cada teste é uma atividade não cronometrada, composta por 6 a 8 questões objetivas.
- Os testes serão disponibilizados às segundas-feriras (oh), ficando abertos por sete dias (até às 23h59 do domingo seguinte).

O que é permitido e o que não é permitido durante os testes

O que pode:

- Consultar monitores da disciplina.
- Consultar colegas da disciplina.
- Consultar docentes da equipe.

O que não pode:

- Divulgar sistematicamente as respostas dos testes por qualquer meio físico ou virtual.

Provas

Sugerimos a aplicação de duas provas, nas semanas 6 e 12 do curso.

Médias e conceitos

Caso a frequência seja menor que 75% (mais do que seis faltas), o discente ficará com conceito O (reprovação por faltas). Caso contrário, o conceito será atribuído a partir da seguinte média:

$$M = \max\{\mathbf{MP}, (\alpha + \beta) \times \mathbf{MT} + (1 - \alpha) \times \mathbf{MP}\}$$

sendo:

- MT a média das notas obtidas nos testes;
- MP a média das notas obtidas nas provas.
- Sugerimos adotar os pesos $\alpha = 0.15$ e bônus $\beta = 0.1$ na fórmula acima.

Tabela de conversão

Intervalo de Notas	Conceito
$M \geq 8,5$	A
$7 \leq M < 8,5$	B
$5 \leq M < 7$	C
$4,5 \leq M < 5$	D
$M < 4,5$	F

Prova Substitutiva

O aluno que perder uma prova por razão justificada, de acordo com o regimento da UFABC, deve manifestar o interesse em realizar uma prova substitutiva, na data estipulada pelo professor.

Recuperação

Os discentes com conceito final D ou F terão direito a fazer um exame de recuperação. A data deste exame, bem como o critério de aprovação, ficam a cargo do docente.

3 Cronograma sugerido

CALENDÁRIO ACADÊMICO 2023

3.1 Semana 1

Aula 1.

- Derivada: motivações, definição, interpretação gráfica e propriedades.
- Derivadas laterais.

Aula 2.

- Derivada das funções clássicas (x^n , \sqrt{x} , $1/x^n$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(x)$ e e^x).
- Regras de derivação: derivadas da soma, do produto e do quociente de funções.

Vídeos:

- Derivada: motivação e exemplos
- Definição de derivada
- Derivadas das funções clássicas
- Regras de diferenciação

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 2.7, 2.8, 3.1, 3.2 e 3.3
Notas de aula 1

Competências

- Compreender o significado de derivada.
- Calcular derivadas pela definição.
- Calcular derivadas laterais.
- Compreender a relação entre derivadas laterais e a existência da derivada.
- Compreender a interpretação gráfica e propriedades da derivada.
- Calcular as derivadas em relação a x de x^n , \sqrt{x} , $1/x^n$, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(x)$ e e^x .
- Encontrar a reta tangente ao gráfico de uma função.
- Calcular derivadas usando as regras de derivação: soma, produto, quociente.
- Resolver situações-problema envolvendo derivadas e regras de derivação.
- Resolver situações-problema envolvendo retas tangentes.

3.2 Semana 2

Aula 1.

- Regra da cadeia.
- Derivação implícita. Derivada de funções inversas.

Aula 2

- Derivação de funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas inversas.
- Taxas de variação.

Avaliação

Teste 1 (conteúdo: as aulas das semanas 1 e 2)

Vídeos:

- Regra da cadeia
- Exercícios de regra da cadeia
- Derivada da função inversa e derivação implícita
- Diferenciação implícita: exemplos
- Taxa de variação
- Funções hiperbólicas

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8
Notas de aula 2

Competências

- Calcular derivadas de usando regras da cadeia.
- Resolver situações-problema envolvendo regras da cadeia.
- Compreender funções definidas implicitamente.
- Calcular derivadas usando derivação implícita.
- Resolver situações-problema envolvendo derivação implícita.
- Calcular a derivada de funções inversas.
- Calcular derivadas de funções logarítmicas e trigonométricas inversas.
- Calcular derivadas de funções da forma $f(x)^{g(x)}$.
- Resolver situações-problema envolvendo taxas de variação.

3.3 Semana 3

Aula 1.

- Taxas relacionadas.
- Derivadas de ordens superiores.

Aula 2.

- Aproximação linear e diferenciais.
- Máximos e mínimos, absolutos e relativos. Definições, interpretações gráficas e propriedades. Existência de valores extremos em intervalos fechados. Teorema de Fermat.

Vídeos:

- Taxas relacionadas I
- Taxas relacionadas II
- Exemplo de taxas relacionadas
- Derivadas de ordem superior
- Linearização
- Diferencial de uma função
- Teorema dos valores extremos de Weierstrass
- Teorema de Fermat

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 3.9, 3.10, 3.11 e 4.1
Notas de aula 3

Competências

- Resolver situações-problema envolvendo taxas relacionadas.
- Calcular derivadas de ordem superior.
- Aproximar funções pela sua aproximação linear.
- Resolver situações-problema envolvendo aproximação linear.
- Compreender os conceitos de máximos e mínimos, absolutos e relativos.
- Compreender o Teorema de Weierstrass sobre a existência de máximos e mínimos em intervalos fechados.
- Compreender o Teorema de Fermat.
- Encontrar pontos de máximo e mínimo em intervalos fechados.

3.4 Semana 4

Aula 1.

- Teorema do Valor Médio e consequências.

Aula 2.

- Como as derivadas afetam a forma do gráfico. Crescimento, decrescimento e concavidade.
- Máximos e mínimos em intervalos abertos.
- Formas indeterminadas e a regra de L'Hôpital.

Avaliação

Teste 2 (*conteúdo*: as aulas das semanas 3 e 4)

Vídeos:

- Teorema do Valor Médio I
- Teorema do Valor Médio II
- Crescimento, decrescimento e o teste da primeira derivada
- Teste da segunda derivada
- Concavidade de uma função
- Máximos e mínimos
- Regra de L'Hospital I
- Regra de L'Hospital II

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 4.2, 4.3 e 4.4
Notas de aula 4

Competências

- Compreender o Teorema do Valor Médio: hipóteses e consequências.
- Compreender o conceito de indeterminação.
- Calcular limites usando a regra de L'Hôpital.
- Encontrar pontos de máximo e mínimo em intervalos não fechados.
- Compreender como o sinal da primeira derivada afeta os gráficos de funções.
- Compreender como o sinal da segunda derivada afeta os gráficos de funções.

3.5 Semana 5

Aula 1.

- Assíntotas.
- Esboço de gráficos.

Aula 2.

- Problemas de otimização.

Vídeos:

- Assíntotas
- Roteiro para o esboço de gráficos
- Esboço de gráfico I
- Esboço de gráfico II
- Esboço de gráfico III
- Problemas de otimização I
- Problemas de otimização II
- Problema de otimização: Lei de Snell
- Problema de otimização: cone de menor volume contendo uma esfera
- Problema de otimização: distância de ponto a reta

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 4.5, 4.6 e 4.7
Notas de aula 5

Competências

- Determinar as assíntotas horizontais, verticais e inclinadas de uma função
- Esboçar o gráfico de funções usando as informações fornecidas pela derivada e por limites.
- Resolver situações-problema envolvendo otimização.

3.6 Semana 6

Aula 1.

- Fórmula de Taylor.
- Erro na fórmula de Taylor.

Aula 2.

- Antiderivadas. Introdução a equações diferenciais e problemas de valores iniciais.

Avaliação

Teste 3 (*conteúdo*: as aulas das semanas 5 e 6)

Prova 1

Vídeos:

- Polinômios de Taylor I
- Polinômios de Taylor II
- Polinômios de Taylor III
- Antiderivada ou primitiva de uma função
- Introdução às equações diferenciais ordinárias

Leituras: STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seção 4.9
GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo – Vol. 1. Capítulo 16
Notas de aula 6

Competências

- Calcular expansões de Taylor.
- Calcular o erro cometido ao aproximar uma função pela expansão de Taylor de certa ordem.
- Compreender o conceito de antiderivada.

3.7 Semana 7

- Áreas e somas de Riemann.
- Integral definida.

Vídeos:

- Áreas e somas de Riemann
- Integral definida
- Propriedades da integral definida

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 5.1 e 5.2
Notas de aula 7

Competências

- Compreender o conceito de somas de Riemann.
- Compreender o conceito de integral definida.
- Calcular pela definição a integral definida de funções simples.
- Compreender o teorema de que funções contínuas por partes são integráveis.
- Entender a relação entre área e a integral definida.
- Aproximar a integral usando somas de Riemann.

3.8 Semana 8

Aula 1.

- Teorema Fundamental do Cálculo.

Aula 2.

- Métodos de integração: integração por mudança de variável e por partes.
- Áreas entre duas curvas

Avaliação

Teste 4 (*conteúdo*: as aulas das semanas 7 e 8)

Vídeos:

- Primeiro Teorema Fundamental do Cálculo
- Segundo Teorema Fundamental do Cálculo
- Método de integração por substituição
- Método de integração por partes
- Áreas entre duas curvas I
- Áreas entre duas curvas II

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 5.3, 5.4, 5.5, 6.1 e 7.1
Notas de aula 8

Competências

- Compreender a relação entre integral definida e indefinida.
- Compreender o enunciado do Teorema Fundamental do Cálculo.
- Utilizar o Teorema Fundamental do Cálculo.
- Calcular integrais definidas usando as técnicas de integração por partes e substituição.
- Resolver situações-problema envolvendo integração.
- Resolver situações-problema envolvendo áreas entre duas curvas.

3.9 Semana 9

Aula 1.

- Trabalho.
- Volumes de um sólido de revolução: seções transversais.

Aula 2.

- Volumes de um sólido de revolução: cascas cilíndricas.
- Centro de massa.

Vídeos:

- Trabalho.
- Cálculo do volume por seções transversais
- Volume de sólidos de revolução
- Volume por cascas cilíndricas
- Centro de massa
- Segundo Teorema de Pappus

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5
Notas de aula 9

Competências

- Resolver situações-problema envolvendo trabalho.
- Resolver situações-problema envolvendo volumes de sólidos de revolução.
- Calcular centros de massa.

3.10 Semana 10

Aula 1.

- Substituição Trigonométrica.

Aula 2.

- Integrais Trigonométricas.

Avaliação

Teste 5 (conteúdo: as aulas das semanas 9 e 10)

Vídeos:

- Integrais trigonométricas I
- Integrais trigonométricas II
- Substituição trigonométrica I
- Substituição trigonométrica II

Extra:

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.2 e 7.3
Notas de aula 10

Competências

- Calcular integrais por substituição trigonométrica.
- Calcular integrais trigonométricas.

3.11 Semana 11

Aula 1.

- Integração de funções racionais por frações parciais.

Aula 2.

- Técnicas de Integração - Exemplos e Estratégias (Revisão)

Vídeos:

- Integração por frações parciais I
- Integração por frações parciais II
- Estratégias de integração I
- Estratégias de integração II

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.4 e 7.5
Notas de aula 11

Competências

- Compreender a expansão de funções racionais em frações parciais.
- Calcular integrais utilizando frações parciais.
- Decidir qual técnica de integração é adequada para o cálculo de certa integral.

3.12 Semana 12

Aula 1.

- Integrais impróprias.

Aula 2.

- Comprimento de arco.
- Área de uma superfície de revolução.

Avaliação

Teste 6 (*conteúdo*: as aulas das semanas 11 e 12)

Prova 2

Vídeos:

- Comprimento de arco
- Integrais impróprias I
- Integrais impróprias II
- Probabilidade
- Área de uma superfície de rotação
- Exemplos de áreas de superfícies de rotação

Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.8 e 8.1; extra: Seções 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5
Notas de aula 12

Competências

- Compreender os diferentes tipos de integrais impróprias.
- Calcular comprimentos de arcos.