

# *Funções de uma Variável*

*Quadrimestre 2023.3*

*Majid Forghani*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Funcionamento do Curso</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Método avaliativo</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Cronograma</b>	<b>7</b>
3.1	Semana 1 . . . . .	7
3.2	Semana 2 . . . . .	8
3.3	Semana 3 . . . . .	9
3.4	Semana 4 . . . . .	10
3.5	Semana 5 . . . . .	11
3.6	Semana 6 . . . . .	12
3.7	Semana 7 . . . . .	13
3.8	Semana 8 . . . . .	14
3.9	Semana 9 . . . . .	15
3.10	Semana 10 . . . . .	16
3.11	Semana 11 . . . . .	17
3.12	Semana 12 . . . . .	18

# 1 Funcionamento do Curso

## Páginas da disciplina:

- Moodle <https://moodle.ufabc.edu.br/course/view.php?id=5235>. Todas as informações sobre a disciplina, incluindo notas de aula, videos, datas importantes e testes estarão centralizadas no Moodle.
- Gradmat <http://gradmat.ufabc.edu.br/disciplinas/fuv/>. No site da GradMat, você poderá encontrar material adicional sobre a disciplina, incluindo sugestões adicionais de bibliografia e listas de exercícios.

## Objetivos

Sistematizar a noção de função de uma variável real e introduzir os fundamentos do cálculo diferencial e integral.

## Competências

Compreender os conceitos de derivada e integral; ser capaz de demonstrar pela definição casos simples de derivadas e integral; utilizar técnicas para o cálculo de derivadas e integrais. Utilizar as informações fornecidas pelas derivadas (primeira e segunda) e limites na construção do esboço do gráfico de uma função real; utilizar linguagem matemática na modelagem/resolução de situações problemas envolvendo os conceitos de limite, derivadas e integrais. Em especial, nos problemas de otimização de uma variável e no cálculo de áreas.

## Ementa

**Derivadas:** Derivadas. Interpretação Geométrica e Taxa de Variação. Regras de derivação. Derivadas de funções elementares. Derivadas de ordem superior. Diferencial da função de uma variável. Aplicações de derivadas. Fórmula de Taylor. Máximos e mínimos, absolutos e relativos. Análise do comportamento de funções através de derivadas. Regra de L'Hôpital. Crescimento, decrescimento e concavidade. Construções de gráficos.

**Integrais:** Integral definida. Interpretação geométrica. Propriedades. Antiderivada e Integral indefinida. Teorema fundamental do cálculo. Aplicações da integral definida. Técnicas de Primitivação: técnicas elementares, mudança de variáveis, integração por partes, integração de funções racionais por frações parciais e Integrais trigonométricas. Aplicações ao cálculo de áreas e volumes.

## Bibliografia básica

- STEWART, J. Cálculo – Volume 1; tradução da 8ª edição norte-americana. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- *Notas de aula*. Hengameh Raeisidehkordi, Majid Forghani Elahabad, Paula Andrea Cadavid Salazar e Rogério Teixeira Cavalcanti. Disponível no Moodle.
- GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo – Vol. 1; 6ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2021.
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. Cálculo – Volume 1; 10ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2014.
- *Notas de Cálculo*. Armando Caputi, Cristian Coletti e Daniel Miranda. Disponível livremente em <http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf>.

### **Presença e aulas**

Este é um curso presencial, com duas aulas semanais. Para aprovação, é necessária presença em pelo menos 75% das aulas. Ou seja, o número máximo de faltas é **seis**.

### **Vídeos**

A disciplina conta com um catálogo de vídeos de apoio, disponíveis no Moodle e no canal do YouTube <https://www.youtube.com/channel/UCqbIA7R6nchNvNt88jq0W-Q>. Os vídeos podem ser usados para complementar e revisar o conteúdo visto em aula.

### **Atendimento extra-classe**

Temos aulas de exercícios às **terças-feiras: 17h-18:30** a partir da segunda semana, ou seja, a primeira aula será realizada no dia 26 de setembro.

### **Monitorias**

Contamos com **5 monitores** que atenderão presencialmente nos campos SA e SBC, seguindo as tabelas a seguir. Essas informações também podem ser visualizadas no Moodle.

#### **Tabela dos horários dos monitores.**

Também temos um grupo no Telegram onde os monitores respondem perguntas de forma assíncrona.

**Link de Grupo de Telegram:** <https://t.me/+b1cym9wtLMtiYzZh>

## 2 Método avaliativo

O método avaliativo consistirá em **seis testes** e **duas provas**.

### Testes

- Serão aplicados 6 testes, quizenalmente, nas semanas pares: 2, 4, 6, 8, 10, e 12.
- Cada teste é uma atividade não cronometrada, composta por 6 a 8 questões objetivas.
- Os testes estarão disponíveis às segundas-feiras (0h), permanecendo abertos durante sete dias (até às 23h59 do domingo seguinte), com exceção do teste 2 que estará aberto no dia 9 de outubro e encerrado no dia 17 de outubro, ou seja, estará aberto por mais 3 dias devido a feriados.

### O que é permitido e o que não é permitido durante os testes

#### O que pode:

- Consultar monitores da disciplina.
- Consultar colegas da disciplina.
- Consultar docentes da equipe.

#### O que não pode:

- Divulgar sistematicamente as respostas dos testes por qualquer meio físico ou virtual.

### Provas

Temos duas provas:

**P1** em dia 26 de outubro de 2023 (**26/10/2023**),

**P2** em dia 07 de dezembro de 2023 (**07/12/2023**).

### Médias e conceitos

Caso a frequência seja menor que 75% (mais do que seis faltas), o discente ficará com conceito O (reprovação por faltas). Caso contrário, o conceito será atribuído a partir da seguinte média:

$$M = \max\{\text{MP}, 0.25 \times \text{MT} + 0.85 \times \text{MP}\}$$

sendo:

- MT a média das notas obtidas nos testes;
- MP a média das notas obtidas nas provas.

## Tabela de conversão

Intervalo de Notas	Conceito
$M \geq 8,5$	A
$7 \leq M < 8,5$	B
$5 \leq M < 7$	C
$4,5 \leq M < 5$	D
$M < 4,5$	F

### Prova Substitutiva

O aluno que perder uma prova por razão justificada, de acordo com o regimento da UFABC, deve manifestar o interesse em realizar uma prova substitutiva **até no máximo 2** dias, ou seja 48 horas, depois de cada prova, enviando um email para eu (m.forghani@ufabc.edu.br). A data das provas de substitutivas será acordada com os alunos que as realizarão.

### Recuperação

Os discentes com conceito final D ou F terão direito a fazer um exame de recuperação.

**Data de REC:** dia 14 de dezembro de 2023, **14/12/2023** no horário das aulas. Considerando  $M$ , nota final antes da REC e  $R$ , nota da REC, a média final ( $MF$ ) será calculada através da seguinte fórmula:

$$MF = \frac{M + R}{2}$$

e o conceito final através da tabela a seguir.

Intervalo de Notas	Conceito
$7 \leq MF < 8,5$	B
$5 \leq MF < 7$	C
$4,5 \leq MF < 5$	D
$MF < 4,5$	F

# 3 Cronograma

## CALENDÁRIO ACADÊMICO 2023

### 3.1 Semana 1

#### Aula 1.

- Derivada: motivações, definição, interpretação gráfica e propriedades.
- Derivadas laterais.

#### Aula 2.

- Derivada das funções clássicas ( $x^n$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $1/x^n$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(x)$  e  $e^x$ ).
- Regras de derivação: derivadas da soma, do produto e do quociente de funções.

#### Vídeos:

- Derivada: motivação e exemplos
- Definição de derivada
- Derivadas das funções clássicas
- Regras de diferenciação

#### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 2.7, 2.8, 3.1, 3.2 e 3.3  
Notas de aula 1

#### Competências

- Compreender o significado de derivada.
- Calcular derivadas pela definição.
- Calcular derivadas laterais.
- Compreender a relação entre derivadas laterais e a existência da derivada.
- Compreender a interpretação gráfica e propriedades da derivada.
- Calcular as derivadas em relação a  $x$  de  $x^n$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $1/x^n$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(x)$  e  $e^x$ .
- Encontrar a reta tangente ao gráfico de uma função.
- Calcular derivadas usando as regras de derivação: soma, produto, quociente.
- Resolver situações-problema envolvendo derivadas e regras de derivação.
- Resolver situações-problema envolvendo retas tangentes.

## 3.2 Semana 2

### Aula 1.

- Regra da cadeia.
- Derivação implícita. Derivada de funções inversas.

### Aula 2

- Derivação de funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas inversas.
- Taxas de variação.

### Avaliação

**Teste 1** (conteúdo: as aulas das semanas 1 e 2)

### Vídeos:

- Regra da cadeia
- Exercícios de regra da cadeia
- Derivada da função inversa e derivação implícita
- Diferenciação implícita: exemplos
- Taxa de variação
- Funções hiperbólicas

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8  
Notas de aula 2

### Competências

- Calcular derivadas de usando regras da cadeia.
- Resolver situações-problema envolvendo regras da cadeia.
- Compreender funções definidas implicitamente.
- Calcular derivadas usando derivação implícita.
- Resolver situações-problema envolvendo derivação implícita.
- Calcular a derivada de funções inversas.
- Calcular derivadas de funções logarítmicas e trigonométricas inversas.
- Calcular derivadas de funções da forma  $f(x)^{g(x)}$ .
- Resolver situações-problema envolvendo taxas de variação.

## 3.3 Semana 3

### Aula 1.

- Taxas relacionadas.
- Derivadas de ordens superiores.

### Aula 2.

- Aproximação linear e diferenciais.
- Máximos e mínimos, absolutos e relativos. Definições, interpretações gráficas e propriedades. Existência de valores extremos em intervalos fechados. Teorema de Fermat.

### Vídeos:

- Taxas relacionadas I
- Taxas relacionadas II
- Exemplo de taxas relacionadas
- Derivadas de ordem superior
- Linearização
- Diferencial de uma função
- Teorema dos valores extremos de Weierstrass
- Teorema de Fermat

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 3.9, 3.10, 3.11 e 4.1  
Notas de aula 3

### Competências

- Resolver situações-problema envolvendo taxas relacionadas.
- Calcular derivadas de ordem superior.
- Aproximar funções pela sua aproximação linear.
- Resolver situações-problema envolvendo aproximação linear.
- Compreender os conceitos de máximos e mínimos, absolutos e relativos.
- Compreender o Teorema de Weierstrass sobre a existência de máximos e mínimos em intervalos fechados.
- Compreender o Teorema de Fermat.
- Encontrar pontos de máximo e mínimo em intervalos fechados.

## 3.4 Semana 4

### Aula 1.

- Teorema do Valor Médio e consequências.

### Aula 2.

- Como as derivadas afetam a forma do gráfico. Crescimento, decrescimento e concavidade.
- Máximos e mínimos em intervalos abertos.
- Formas indeterminadas e a regra de L'Hôpital.

### Avaliação

**Teste 2** (*conteúdo*: as aulas das semanas 3 e 4)

### Vídeos:

- Teorema do Valor Médio I
- Teorema do Valor Médio II
- Crescimento, decrescimento e o teste da primeira derivada
- Teste da segunda derivada
- Concavidade de uma função
- Máximos e mínimos
- Regra de L'Hospital I
- Regra de L'Hospital II

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 4.2, 4.3 e 4.4  
Notas de aula 4

### Competências

- Compreender o Teorema do Valor Médio: hipóteses e consequências.
- Compreender o conceito de indeterminação.
- Calcular limites usando a regra de L'Hôpital.
- Encontrar pontos de máximo e mínimo em intervalos não fechados.
- Compreender como o sinal da primeira derivada afeta os gráficos de funções.
- Compreender como o sinal da segunda derivada afeta os gráficos de funções.

## 3.5 Semana 5

### Aula 1.

- Assíntotas.
- Esboço de gráficos.

### Aula 2.

- Problemas de otimização.

### Vídeos:

- Assíntotas
- Roteiro para o esboço de gráficos
- Esboço de gráfico I
- Esboço de gráfico II
- Esboço de gráfico III
- Problemas de otimização I
- Problemas de otimização II
- Problema de otimização: Lei de Snell
- Problema de otimização: cone de menor volume contendo uma esfera
- Problema de otimização: distância de ponto a reta

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 4.5, 4.6 e 4.7  
Notas de aula 5

### Competências

- Determinar as assíntotas horizontais, verticais e inclinadas de uma função
- Esboçar o gráfico de funções usando as informações fornecidas pela derivada e por limites.
- Resolver situações-problema envolvendo otimização.

## 3.6 Semana 6

### Aula 1.

- Fórmula de Taylor.
- Erro na fórmula de Taylor.

### Aula 2.

- Antiderivadas. Introdução a equações diferenciais e problemas de valores iniciais.

### Avaliação

**Teste 3** (*conteúdo*: as aulas das semanas 5 e 6)

**Prova 1**

### Vídeos:

- Polinômios de Taylor I
- Polinômios de Taylor II
- Polinômios de Taylor III
- Antiderivada ou primitiva de uma função
- Introdução às equações diferenciais ordinárias

**Leituras:** STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seção 4.9  
GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo – Vol. 1. Capítulo 16  
Notas de aula 6

### Competências

- Calcular expansões de Taylor.
- Calcular o erro cometido ao aproximar uma função pela expansão de Taylor de certa ordem.
- Compreender o conceito de antiderivada.

### 3.7 Semana 7

- Áreas e somas de Riemann.
- Integral definida.

#### Vídeos:

- Áreas e somas de Riemann
- Integral definida
- Propriedades da integral definida

#### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 5.1 e 5.2  
Notas de aula 7

#### Competências

- Compreender o conceito de somas de Riemann.
- Compreender o conceito de integral definida.
- Calcular pela definição a integral definida de funções simples.
- Compreender o teorema de que funções contínuas por partes são integráveis.
- Entender a relação entre área e a integral definida.
- Aproximar a integral usando somas de Riemann.

## 3.8 Semana 8

### Aula 1.

- Teorema Fundamental do Cálculo.

### Aula 2.

- Métodos de integração: integração por mudança de variável e por partes.
- Áreas entre duas curvas

### Avaliação

**Teste 4** (*conteúdo*: as aulas das semanas 7 e 8)

### Vídeos:

- Primeiro Teorema Fundamental do Cálculo
- Segundo Teorema Fundamental do Cálculo
- Método de integração por substituição
- Método de integração por partes
- Áreas entre duas curvas I
- Áreas entre duas curvas II

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 5.3, 5.4, 5.5, 6.1 e 7.1  
Notas de aula 8

### Competências

- Compreender a relação entre integral definida e indefinida.
- Compreender o enunciado do Teorema Fundamental do Cálculo.
- Utilizar o Teorema Fundamental do Cálculo.
- Calcular integrais definidas usando as técnicas de integração por partes e substituição.
- Resolver situações-problema envolvendo integração.
- Resolver situações-problema envolvendo áreas entre duas curvas.

## 3.9 Semana 9

### Aula 1.

- Trabalho.
- Volumes de um sólido de revolução: seções transversais.

### Aula 2.

- Volumes de um sólido de revolução: cascas cilíndricas.
- Centro de massa.

### Vídeos:

- Trabalho.
- Cálculo do volume por seções transversais
- Volume de sólidos de revolução
- Volume por cascas cilíndricas
- Centro de massa
- Segundo Teorema de Pappus

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5  
Notas de aula 9

### Competências

- Resolver situações-problema envolvendo trabalho.
- Resolver situações-problema envolvendo volumes de sólidos de revolução.
- Calcular centros de massa.

## 3.10 Semana 10

### Aula 1.

- Substituição Trigonométrica.

### Aula 2.

- Integrais Trigonométricas.

### Avaliação

**Teste 5** (conteúdo: as aulas das semanas 9 e 10)

### Vídeos:

- Integrais trigonométricas I
- Integrais trigonométricas II
- Substituição trigonométrica I
- Substituição trigonométrica II

### Extra:

#### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.2 e 7.3  
Notas de aula 10

### Competências

- Calcular integrais por substituição trigonométrica.
- Calcular integrais trigonométricas.

## 3.11 Semana 11

### Aula 1.

- Integração de funções racionais por frações parciais.

### Aula 2.

- Técnicas de Integração - Exemplos e Estratégias (Revisão)

### Vídeos:

- Integração por frações parciais I
- Integração por frações parciais II
- Estratégias de integração I
- Estratégias de integração II

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.4 e 7.5  
Notas de aula 11

### Competências

- Compreender a expansão de funções racionais em frações parciais.
- Calcular integrais utilizando frações parciais.
- Decidir qual técnica de integração é adequada para o cálculo de certa integral.

## 3.12 Semana 12

### Aula 1.

- Integrais impróprias.

### Aula 2.

- Comprimento de arco.
- Área de uma superfície de revolução.

### Avaliação

**Teste 6** (*conteúdo*: as aulas das semanas 11 e 12)

**Prova 2**

### Vídeos:

- Comprimento de arco
- Integrais impróprias I
- Integrais impróprias II
- Probabilidade
- Área de uma superfície de rotação
- Exemplos de áreas de superfícies de rotação

### Leituras:

STEWART, J. Cálculo – Volume 1. Seções 7.8 e 8.1; extra: Seções 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5  
Notas de aula 12

### Competências

- Compreender os diferentes tipos de integrais impróprias.
- Calcular comprimentos de arcos.