MAT-244 - 1q'24: Plano de ensino

MAT-244 - Teorias de Gauge e Fibrados - 1q'24

Plano de ensino

Este é o plano de ensino para a disciplina de pós-graduação **MAT-244 - Teorias de Gauge e Fibrados** conforme ministrada no **primeiro quadrimestre letivo de 2024**.

Horário presencial: **2as. feiras 14h00-16h00** e **4as. feiras 16h00-18h00**, sala **A-S309-1**.

Bibliografia

Listamos aqui os textos que seguiremos mais de perto.

- D. Bleecker, *Gauge Theory and Variational Principles* (Dover, 1981).
- R. Bott, L. W. Tu, *Differential Forms in Algebraic Topology* (Springer-Verlag, 1982).
- M. J. D. Hamilton, *Mathematical Gauge Theory With Applications to the Standard Model of Particle Physics* (Springer, 2017).
- N. J. Hicks, *Notes on Differential Geometry* (Van Nostrand Reinhold, 1965). Edição digital revisada pelo grupo TEXromancers do fórum online Discord (2022).
- S. Kobayashi, K. Nomizu, *Foundations of Differential Geometry, Volume I* (Wiley, 1963), *Volume II* (Wiley, 1969).
- I. Kolář, P. W. Michor, J. Slovák, *Natural Operations in Differential Geometry* (Springer-Verlag, 1993). Disponível online na homepage do autor.
- J. M. Lee, *Manifolds and Differential Geometry* (American Mathematical Society, 2009).
- J. M. Lee, *Introduction to Smooth Manifolds* (Springer-Verlag, 2002).
- P. W. Michor, *Topics in Differential Geometry* (American Mathematical Society, 2008).
- L. W. Tu, *Introduction to Manifolds* (2a. edição, Springer-Verlag, 2011).
- L. W. Tu, *Differential Geometry: Connections, Curvature, and Characteristic Classes* (Springer-Verlag, 2017).
- Notas de aula serão disponibilizadas aqui à medida que o conteúdo for apresentado.

Textos suplementares:

- J. C. Baez, J. P. Muniain, *Gauge Fields, Knots and Gravity* (World Scientific, 1994).
- E. Binz, J. Śniatycki, H. Fischer, *Geometry of Classical Fields* (North-Holland, 1988).
- M. Forger, H. Römer, *Currents and the Energy-Momentum Tensor in Classical Field Theory: a Fresh Look at an Old Problem.* Ann. Phys. **309** (2004) 306–389, arXiv:hep-th/0307199.
- G. Mack, *Physical Principles, Geometrical Aspects, and Locality Properties of Gauge Field Theories.* Fortschr. Phys. **29** (1981) 135–185.
- M. Nakahara, *Topology, Geometry and Physics* (2a. edição, IoP Publishing, 2003).
- V. Rubakov, *Classical Theory of Gauge Fields* (Princeton University Press, 2002).
- L. H. Ryder, *Quantum Field Theory* (2a. edição, Cambridge University Press, 1996).
- P. Szekeres, *A Course in Modern Mathematical Physics – Groups, Hilbert Space and Differential Geometry* (Cambridge University Press, 2004).

Recomendações e material didático suplementar

Faremos uso de tópicos apresentados na disciplina de doutorado MAT-266 – Variedades Diferenciáveis, mas ter cursado previamente essa disciplina não é indispensável já que os conceitos necessários serão introduzidos conforme o andamento do curso exigir, ainda que de maneira sucinta. Não é necessário conhecimento prévio de Teoria de Campos, mas tal conhecimento certamente ajuda a motivar a disciplina.

Objetivos

Nosso objetivo aqui é apresentar os fundamentos conceituais da classe de teorias clássicas de campos conhecidas como *teorias de gauge* ou *teorias de calibre*, que descrevem três das quatro interações fundamentais entre partículas elementares – a saber, as interações eletromagnética, fraca e forte. A linguagem matemática que descreve a *cinemática* de tais teorias de campos é dada pelo formalismo de *fibrados* e *conexões* sobre a variedade espaço-temporal, o qual será apresentado em detalhes. A *dinâmica* destas, por sua vez, é determinada por um princípio variacional aplicado a uma família de funcionais conjuntamente denominada *ação*. A extremização da ação leva às equações de movimento (de Euler-Lagrange) para os campos. Teorias de gauge possuem uma família de simetrias locais conhecidas como *transformações de gauge* ou *transformações de calibre*, e a invariância da ação por tais simetrias leva a leis de conservação por meio do chamado *Teorema de Noether*. As quantidades conservadas por tais leis estão ligadas a quantidades fisicamente observáveis que também podem possuir uma interpretação matemática em termos de invariantes topológicos. Desta forma, o estudo das teorias (clássicas) de calibre é de interesse fundamental tanto em Física como em Matemática.

Avaliação

A diferença entre os dois tipos de tópicos, listados abaixo, é a seguinte: os tópicos básicos serão apresentados nas auals expositivas e servirão como base para os tópicos especiais, que na verdade constituem uma lista aberta de tópicos de livre escolha para os **seminários de avaliação**, a serem apresentados pel@s alun@s no final do curso (datas a serem agendadas entre **29.4** e **7.5**). O conceito final é baseado nesses seminários e na participação d@s alun@s, a última tanto nas aulas como nos seminários d@s colegas.

É recomendada a consulta à bibliografia listada acima para mais detalhes e ideias de tópicos para os seminários de avaliação.

Dúvidas

Será mantido um fórum de dúvidas permanente e aberto para discussões e dúvidas sobre o conteúdo da disciplina. Os alunos são livres (e encorajados!) para fazer perguntas e também responder às dúvidas dos colegas. Em virtude do número reduzido de participantes, plantões de dúvidas por videoconferência no Google Meet poderão ser agendados pontualmente se necessário.

Roteiro

Será varrido essencialmente o conteúdo da ementa oficial da disciplina, disponível na página da Posmat, mas com modificações na ordem e ênfase dos tópicos. O conteúdo do curso será dividido em duas partes:

- (a) Tópicos básicos
  • Variedades, aplicações diferenciáveis e campos vetoriais. O fluxo de um campo vetorial, colchete de Lie.
  • Formas diferenciais, derivada exterior e o teorema de Stokes. Cohomologia de de Rham.
  • Grupos de Lie, álgebras de Lie e espaços homogêneos.
  • Fibrados gerais, conexões e curvatura. Morfismos de fibrados e transformações de calibre. Fibrados vetoriais, fibrados principais e fibrados associados. Redução de grupo estrutural de um fibrado principal, campos de Higgs.
  • Conexões lineares, conexões principais e induzidas, campos de calibre. Derivada covariante. Transporte paralelo e holonomia de uma conexão.

• Funcionais ação e lagrangeanas, princípio variacional e equações de Euler-Lagrange. Simetrias e o Teorema de Noether. Campos de Yang-Mills.

- (b) Tópicos especiais
  • Campos de matéria: estruturas de spin, fibrados espinoriais e campos de Dirac. Acoplamento mínimo com campos de calibre, quarks e léptons.
  • Quebra espontânea de simetria de calibre e mecanismo de Higgs. O Modelo Padrão.
  • Manifestações físicas da holonomia de um campo de calibre: o efeito Aharonov-Bohm.
  • Conexões e classes características: monopolos e ínstantons.
  • Tópico livre a ser proposto pel@s alun@s em comum acordo com o docente dentro do contexto da disciplina.

Última atualização: segunda-feira, 5 fev. 2024, 07:44