

# Geometria dos espaços métricos

Plano de Ensino

Quadrimestre 2024.1.



## Sumário

<b>1</b>	<b>Funcionamento do Curso</b>	<b>3</b>
1.1	Docente . . . . .	3
1.2	Turma, Aulas e Horários . . . . .	3
1.3	Consultas . . . . .	3
1.4	Privacidade . . . . .	3
1.5	Ambiente Virtual de Aprendizagem . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Avaliação</b>	<b>4</b>
2.1	Atividades e normas . . . . .	4
2.2	Conceitos Finais . . . . .	4
2.3	Substitutivas . . . . .	5
2.4	Exame de recuperação . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Ficha do curso</b>	<b>5</b>
3.1	Descrição . . . . .	5
3.2	Objetivos . . . . .	5
3.3	Ementa . . . . .	5
3.4	Ementa em inglês . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Mapa de Atividades</b>	<b>7</b>

# 1 Funcionamento do Curso

## 1.1 Docente

Prof. Francisco J. Gozzi.  
Sala 521-2, Bloco A - Campus Santo André.  
gozzi.f@ufabc.edu.br  
<https://fjgozzi.wordpress.com/>

## 1.2 Turma, Aulas e Horários

**Turma:**  
NA1MCBM005-23SA

### **Aulas e Horários:**

Quartas das 21:00 às 23:00 e Sextas das 19:00 às 21:00h, presencialmente e em frequência semanal no campus Santo André. Sala a confirmar.

## 1.3 Consultas

O atendimento fora do horário da aula será assíncrono e pode ser demandado a qualquer momento, preferencialmente pelo grupo no Telegram (Link abaixo). Para sua privacidade você pode ocultar seu número de telefone antes de entrar no grupo, veja como aqui: <https://trickdroid.org/como-ocultar-o-seu-numero-de-telefone-no-telegrama/> Link para o grupo do Telegram:

[https://t.me/+kc2sqBs\\_1FxmZGQx](https://t.me/+kc2sqBs_1FxmZGQx)

Esse grupo será composto pelos eventuais monitores, alunos e docentes.

## 1.4 Privacidade

Valorizamos a privacidade de discentes e docentes. Desta forma, lembramos que as imagens e os vídeos de docentes e discentes não devem ser divulgados, editados nem expostos em outros meios sem a autorização. Explicitamente:

- É vedada a gravação de trechos dos atendimentos e encontros sem a autorização dos docentes e discentes.
- É vedada a divulgação da gravação, na íntegra ou em trechos, de qualquer vídeo ou imagem.

## 1.5 Ambiente Virtual de Aprendizagem

O curso terá por apoio a seguinte página online:

**Moodle:** <https://moodle.ufabc.edu.br/course/view.php?id=1295>

Os alunos serão inscritos automaticamente, segundo a nômima original fornecida pela Prograd. Em caso de problemas ou de ausência de inscrição devido a reajuste de matrícula, o aluno interessado deve solicitar seu cadastro ao docente responsável.

## 2 Avaliação

### 2.1 Atividades e normas

#### Provas

Os estudantes serão avaliados por duas provas escritas individuais em formato presencial.

- P1 em 14/03,
- P2 em 25/04,
- Subs por agendamento.
- REC em 02/05.

#### Plágios e Fraudes

Em caso de plágio ou fraude nos instrumentos avaliativos, ficará a cargo do docente zerar o instrumento avaliativo ou mesmo reprovar o aluno.

#### Revisão de provas

A revisão de prova será feita pelo docente da turma sob demanda do discente

#### Média numérica

A nota numérica preliminar será uma soma ponderada de todas as atividades, no caso:

$$M = 0.5 \cdot P1 + 0.5 \cdot P2.$$

### 2.2 Conceitos Finais

Os conceitos finais serão atribuídos a partir da média numérica preliminar de acordo com a tabela abaixo:

<i>Conceito</i>	<i>Intervalo</i>
A	$M \geq 8.5$
B	$7 \leq M < 8.5$
C	$5.5 \leq M < 7$
D	$4,5 \leq M < 5.5$
F	$M < 4,5$

Ao estudante que não atingir a frequência mínima será atribuído conceito **O**.

O docente se reserva o direito de aumentar a nota final em função da participação do estudante nas diferentes atividades síncronas e assíncronas, com especial menção à participação na web-aula, nos diferentes foros/mídias sociais oficiais do curso. Esta avaliação nunca será negativa, sendo garantido ao estudante o mínimo dado pela nota numérica preliminar.

## 2.3 Substitutivas

Os alunos que faltarem a uma prova regular (por algum dos motivos contemplados no Art. 2<sup>o</sup> da Resolução CONSEPE N<sup>o</sup> 181 de 23 de outubro de 2014) terão direito a uma prova escrita substitutiva específica. Nesse caso, o docente deverá ser contatado assim que possível e o estudante deverá comprovar o motivo da ausência.

## 2.4 Exame de recuperação

A resolução ConsEPE n<sup>o</sup> 182 regulamenta a prova de recuperação. A recuperação será feita de forma presencial em sala de aula e ocorrerá na última aula do quadrimestre. Somente os alunos que tenham obtido conceito D ou F terão direito à recuperação. Para os alunos que fizerem a recuperação, o conceito final será dado pela nota da prova de recuperação, usando a mesma tabela de conversão dada. Caso contrário o conceito anterior se mantém.

$$M_{final} = REC.$$

# 3 Ficha do curso

## 3.1 Descrição

Nome: Geometria dos Espaços Métricos.

Nome em inglês: Geometry of Metric Spaces.

Código: MCBM005-23

Quadrimestre: 8<sup>o</sup>

T-P-E-I: 4-0-0-4

Carga Horária: 48 horas.

Recomendações: Análise Real I.

## 3.2 Objetivos

Construir distâncias e pseudodistâncias. Reconhecer propriedades métricas das funções. Provar a existência do completamento de um espaço métrico. Caracterizar as métricas intrínsecas. Comparar a geometria intrínseca e a extrínseca. Aplicar a teoria à construção de colagens. Provar uma versão do teorema de Hopf–Rinow em espaços métricos intrínsecos. Analisar as propriedades da distância de Hausdorff. Comparar diferentes noções de distâncias no espaço dos espaços métricos. Reconhecer o valor de se ter métricas entre objetos de interesse.

## 3.3 Ementa

Espaços métricos e pseudométricos. Funções (bi)Lipschitz, imersões isométricas e isometrias. Completude. Espaços de comprimento. Geodésicas. Métricas in-

trínsecas. Colagens. Teorema de Hopf–Rinow. Espaços modelo. Compacidade. Distância de Hausdorff. O espaço de espaços métricos compactos, distância Lipschitz e de Gromov–Hausdorff.

### 3.4 Ementa em inglês

Metric and pseudo-metric spaces. (Bi)-Lipschitz functions, isometries and isometric immersions. Completeness. Length structures. Geodesics. Inner metrics. Gluings. Hopf–Rinow’s theorem. Model spaces. Compactness. Hausdorff distance. The space of compact metric spaces, Lipschitz and Gromov–Hausdorff distances.

#### Bibliografia Básica:

1. **LIMA, Elon Lages.** *Espaços métricos*. 4. ed. Rio de Janeiro, RJ: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2005. 299 p., il. (Projeto Euclides). ISBN 9788524401589.
2. **KOLMOGOROV, Andrei Nikolaevich; FOMIN, Sergey Vladimirovich.** *Elements of the theory of functions and functional analysis*. Mineola, USA: Dover Publications, 1999. 2 v., il. ISBN 9780486406831.
3. **BURAGO, Dmitri; BURAGO, Yuri; IVANOV, Sergei.** *A course in metric geometry*. Providence, USA: American Mathematical Society, c2001. xiv, 415. (Graduate studies in mathematics, 33). ISBN 821821296.

#### Bibliografia Complementar:

1. **BRIDSON, Martin R.; HAEFLIGER, André.** *Metric spaces of non-positive curvature*. Berlin, DEU: Springer, c1999. xxi, 643 p., il. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 319). ISBN 9783540643241.
2. **Ó SEARCÓID, Mícheál.** *Metric spaces*. London, GBR: Springer, c2007. xix, 304 p., il. (Springer undergraduate mathematics). ISBN 9781846283697.
3. **MORGAN, Frank.** *Geometric measure theory: a beginner’s guide*. 4. ed. Burlington, USA: Academic Press: Elsevier, c2009. viii, 248 p., il. ISBN 9780123744449.
4. **BUSEMANN, Herbert.** *Metric methods in Finsler spaces and in the foundations of geometry*. Princeton, USA: Princeton University Press, 1942. 243 p., il. (Annals of mathematics studies, 8). ISBN 9780691095714.
5. **GROMOV, Misha.** *Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces: based on Structures métriques des variétés riemanniennes*. Edição de Jacques Lafontaine, Pierre Pansu, Sean Michael Bates. Boston, USA: Birkhäuser Science, c2007. xix, 585. ISBN 817645829.

### **Bibliografia Complementar:**

- 5 WILF, H.; Generatingfunctionology. Philadelphia, Academic Press, 1990.
- 6 LIPSCHUTZ, S. S.; LIPSON, M. L. Teoria e problemas de matemática discreta. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- 7 MATOSEK, J.; NESETRIL, J. Invitation to discrete mathematics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- 8 SCHEINERMAN, E. R. Matemática Discreta: uma introdução. 1. ed. Thompson, 2003.
- 9 VELLEMAN, D. J. How to prove it: a structured approach. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

## **4 Mapa de Atividades**

Ver anexo a seguir.

Aula	Tópico	Ementa	Recurso
1	Introdução	-	Moodle
	Os espaços	Exemplos de espaços métricos.	Lima cap. I.1-4.
2		Espaços (semi)-normados, produto interno. Semi-métricas e quociente.	Lima cap. I.6.
3	As funções	Continuidade (uniforme). Aplicações (bi)-Lipschitz, imersões isométricas. Espaços métricos de funções.	Lima cap. II.1-3.
4		Métricas (uniformemente) equivalentes. Noções de topologia dos espaços métricos.	Lima cap. II.4. Lima cap. III.
5	Completitude	Limites e convergência em espaços métricos. Completitude, subespaços densos.	Lima cap. V.1-2, Lima cap. VII.1.2.
6		Critérios de extensão de mapas contínuos. Completamento.	Lima cap. VII.4.5.
7	Compacidade	Bolzano-Weierstrass. Heine-Borel.	Lima cap. VIII.1-2.
8		Conj. totalmente limitados. Equivalências de compacidade. Continuidade uniforme.	Lima cap. VIII.5-8.
9		Métrica de Hausdorff e completitude.	Nota do prof.
10		Distância Gromov-Hausdorff, distância de Lipschitz. Aula de exercícios.	
11	P1		
12	Caso suave	Curvas suaves. Métrica riemanniana / Finsler.	BBI, cap. II.1-2
13	Métricas intrínsecas.	Estruturas de comprimento.	
14		Métrica induzida, idempotência .	BBI, cap. II.3-4
15		Completitude da métrica induzida.	
16		Teo. Hopf-Rinow métrico.	BBI, cap. II.5
17	Colagens e quocientes	Lemas de construção.	BBI, cap. III.1.
18		Espaços polihedrais.	BBI, cap. III.2.
19		Métricas em quocientes.	BBI, cap. III.3.
20	Geometrias modelos	Métricas em produtos. Cono plano.	BBI, cap. III.6.
21		Cono esférico.	
22	Epílogo	Métrica de Prohorov para distribuições. Construção das Grassmanianas.	
23	P2		
24	REC / Sub		Por agendamento

Referências:

"Lima": E. Lages Lima "Espaços métricos";

"BBI": D. Burago, Y. Burago, S. Ivanov, "Metric Geometry"/