Plano de Ensino – II Quadrimestre 2024

http://hostel.ufabc.edu.br/~edson.iwaki/?page_id=1289

Representação de grupos finitos -

Docente: Edson Ryoji Okamoto Iwaki – edson.iwaki@ufabc.edu.br

Horário: Segunda-feira: 16:00h – 18:00h – sala 311-2 – SA

quarta-feira: 14:00h-16:00h – sala 311-2 – AS

Ementa:

Representações de grupos. Álgebras de grupos. Representações e módulos. Teorema de Maschke. Lema de Schur. Representações irredutíveis e completamente redutíveis. Caracteres de grupos. Relações de ortogonalidade e tábua de caracteres. O Teorema de Burnside. Caracteres induzidos. Teorema de reciprocidade de Frobenius. Representações induzidas.

Cronograma de aulas:

Aula 1: Apresentação do curso. Revisão de anéis, subanéis, ideais laterais. Anéis de divisão. Quatérnions. Elementos inversíveis num anel. Anéis simples. Mn(D) é um anel simples. (D- anel de divisão). Homomorfismo de anéis. Teoremas do Isomorfismo para anéis.

Aula 2: R-módulos, definição. Módulos simples. Módulos livres e somas diretas. Posto de um módulo livre.

Aula 3: Módulos com condição de cadeia. Modulos artinianos e noetherianos.

Aula 4: Série de composição. Teorema de Jordan Holder. Módulo com comprimento finito.

Aula 5: 08/07: feriado

Aula 6: Continuação da aula anterior.

Aula 7:Módulos semisimples. Caracterização de módulos semisimples.

Aula 8: Anéis semisimples. Mn(D) é um anel semisimples.

Aula 9: Continuação da aula anterior.

Aula 10: Teorema de Artin Wedderburn.

Aula 11:Radical de Jacobson de um anel R. Ideais primitivos de um anel R, Elementos quasi regulares.

Aula 12:Caracterização dos ideais minimais a esquerda de um anel R (Brauer). Anéis semisimples são artinianos. Teorema de Hopkins Levitzki.

Aula 13: Anéis de grupo. Definição e propriedades. Suporte de um elemento. Homomorfismo de aumento. Ideal de aumento. Semisimplicidade do anel de grupo RG (Teorema de Maschke).

Aula 14: Algebras de grupo comutativas e subálgebras comutativas de RG.

Aula 15: Representações de um grupo G sobre um anel R. Exemplos. Representações irredutíveis. Bijeção entre representações de um grupo sobre um anel R e RG-módulos que são livres de posto finito sobre R. Representações do grupo cíclico finito de ordem 7; do grupo quatérnion de ordem 8; grupo dihedral de ordem 8.

Aula 16: Continuação da aula anterior.

Aula 17: 19/08: feriado

Aula 18: Caracter de um grupo. Tábua de caracteres de um grupo finito G. Relações de ortogonalidade. Caracteres e questões sobre isomorfismo. A álgebra de grupo CG, de um grupo finito G sobre C, é determinada pela sua tábua de caracteres.

Aula 19: 26/08: P1

Aula 20: Se ZG isomorfo a ZH então as tábuas de caracter de G e de H são iguais.

Aula 21: Continuação da aula anterior.

Aula 22: Teorema de Burnside.

Aula 23: 09/09: P2

Aula 24: Revisão da matéria.

Aula 25: 16/09: Prova Recuperação - REC

Avaliação:

O desempenho dos discentes será avaliado através de provas.

M= (P1+ P2)/2, onde P1 nota da prova 1; P2: nota da prova 2.

P1: 26/08

P2: 09/09

R: 16/09

M= (P1+P2)/2;

Caso o discente deseje fazer a recuperação, a média final MFinal será dada por: MFinal= (M+R)/2. (Nesse caso a média final será obrigatoriamente calculada pela fórmula anterior dada para MFinal). Caso o discente não realize a prova de recuperação a média final será dada por M=(P1+P2)/2.

Conceitos:

8,5<= A <=10

7,0<= B < 8,5

5,0 <= C < 7,0

4,5 <= D < 5,0

0<= F < 4,5

Sugestões de seminários:

Os seminários ocorrerão na semana da p2.

Os resultados aqui seguem a numeração de Introduction a group rings, S.K.Sehgal; C.P. Milies, Kluwer, 2002. O único tema que não se encontra diretamente provado no livro é o tema 5, o teorema de Burnside que prova que grupos de ordem potência de dois primos distintos é solúvel.

Tema 1: Caracter de um grupo: Proposição 5.1.3; 5.1.6; Teorema 5.1.11

Tema 2: Relações de ortogonalidade generalizadas: Teorema 5.1.13 e corolário 5.1.14; proposição 5.1.18

Tema 3:Teorema 5.2.1 e teorema 5.2.2.

Tema 4: Teorema de Glauber-Berman: teorema 5.2.5; corolário 5.2.6 e corolário 5.2.7.

Tema 5: Teorema de Burnside: Todo grupo finito de ordem p^aq^b é solúvel (p, q primos distintos)

Tema 6: ZG isomorfo a ZH então as tabuas de caracteres de G e de H são iguais. (teorema 5.2.9).

Bibliografia:

Curtis C. & Reiner I., Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Wiley-Interscience, New York, 1962.

Dornhoff L., Group Representation Theory, Marcel Dekker, New York, 1971.

Isaacs, M., Character theory of finite groups, Academic Press, New York, 1976.

James G. & Liebeck M., Representations and Caracteres of Groups, Cambridge Mathematical Textbooks, Cambridge University Press, 2001.

Sehgal, S. K., Milies, C. P., An introduction to group rings, Kluwer, 2002.