

## Caracterização da disciplina

**Código da disciplina:** MAT-261

**Nome da disciplina:** Geometria Riemanniana

**Carga horária:** 144 horas

**Câmpus:** Santo André

**Código da turma:** MAT16120243

**Turma:** TMAT161

**Docente:** Cleber Fernando Colle ([cleber.colle@ufabc.edu.br](mailto:cleber.colle@ufabc.edu.br))

**Recomendações:** Variedades Diferenciáveis

## Alocação da turma

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
13:00 - 14:00						
14:00 - 15:00	S-213-0					
15:00 - 16:00	S-213-0					
16:00 - 17:00			S-213-0			
17:00 - 18:00			S-213-0			

## Atendimento

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
13:00 - 14:00						
14:00 - 15:00						
15:00 - 16:00			T2-A5-Sala 504			
16:00 - 17:00	T2-A5-Sala 504					
17:00 - 18:00						

## Frequência

Não será exigida a frequência mínima.

## Planejamento da disciplina

### Objetivos gerais

Estudar generalizações do conceito de superfície para dimensões altas que têm alguma geometria.

### Ementa

Variedades e métricas Riemannianas. Conexão e curvatura. Geodésicas e aplicação exponencial. Campos de Jacobi e pontos conjugados. Variedades completas e o teorema de Hopf-Rinow. Teorema de Hadamard. Tópicos especiais: Imersões isométricas e equações de Gauss, Codazzi e Ricci.

### Cronograma

#### 1ª Semana

**Aula 01 (23/Set)** Motivação. Revisão: Variedades diferenciáveis, aplicação diferenciável e plano tangente

**Aula 02 (25/Set)** A diferencial de uma aplicação e suas propriedades. Imersões e mergulhos. Fibrado tangente e superfície regular de dimensão  $k$

#### 2ª Semana

**Aula 03 (30/Set)** Variedade orientável. Campo de vetores, colchete e suas propriedades

**Aula 04 (02/Out)** Métricas Riemannianas. Métrica produto. Comprimento de segmentos, distância e volume

<b>3ª Semana</b>	
<b>Aula 05 (07/Out)</b>	Conexões afins
<b>Aula 06 (09/Out)</b>	Conexão Riemanniana
<b>4ª Semana</b>	
<b>Aula 07 (14/Out)</b>	Geodésicas e fluxo geodésico
<b>Aula 08 (16/Out)</b>	Aplicação exponencial. Propriedades minimizantes das geodésicas: Lema de simetria e Lema de Gauss
<b>5ª Semana</b>	
<b>Aula 09 (21/Out)</b>	Propriedades minimizantes das geodésicas
<b>Aula 10 (23/Out)</b>	Vizinhanças convexas
<b>6ª Semana</b>	
<b>(28/Out)</b>	<b>Feriado</b>
<b>Aula 11 (30/Out)</b>	Curvatura e Primeira Identidade de Bianchi
<b>7ª Semana</b>	
<b>(04/Nov)</b>	<b>Avaliação 1</b>
<b>Aula 12 (06/Nov)</b>	Curvatura seccional e curvatura de Ricci
<b>8ª Semana</b>	
<b>Aula 13 (11/Nov)</b>	Curvatura escalar e tensores em variedades Riemannianas
<b>Aula 14 (13/Nov)</b>	Campos de Jacobi
<b>9ª Semana</b>	
<b>Aula 15 (18/Nov)</b>	Pontos conjugados
<b>(20/Nov)</b>	<b>Feriado</b>
<b>10ª Semana</b>	
<b>Aula 16 (25/Nov)</b>	Imersões isométricas: A segunda forma fundamental
<b>Aula 17 (27/Nov)</b>	Teorema de Gauss e imersão mínima
<b>11ª Semana</b>	
<b>Aula 18 (02/Dez)</b>	As equações fundamentais de uma imersão isométrica
<b>Aula 19 (04/Dez)</b>	Variedades completas e o Teorema de Hopf-Rinow
<b>12ª Semana</b>	
<b>Aula 20 (09/Dez)</b>	Teorema de Hadamard
<b>(11/Dez)</b>	<b>Avaliação 2</b>
<b>1ª Semana de reposição de feriados</b>	
<b>(16/Dez)</b>	<b>Substitutiva</b>
<b>(17/Dez)</b>	<b>Seminários</b>
<b>(18/Dez)</b>	<b>Seminários</b>

## Descrição dos instrumentos e critérios de avaliação qualitativa

- As avaliações serão compostas de duas provas escritas presenciais  $P_1$  e  $P_2$  e uma prova escrita presencial substitutiva (caso o discente tenha direito).
- As provas terão a duração de 120min e serão realizadas na sala e no horário de aula da turma (veja cronograma).
- Ao final do curso, cada discente apresentará um seminário com duração de 60min. O uso de Datashow será permitido.
- As listas de exercícios serão postadas no SIGAA quinzenalmente. Os exercícios selecionados deverão ser enviados por e-mail em formato PDF. A primeira entrega será dia 04/Nov e a segunda entrega dia 11/Dez.

- A nota  $N$  é dada pela fórmula 
$$N = \frac{3 \cdot \text{Nota}(P_1) + 3 \cdot \text{Nota}(P_2) + 2 \cdot \text{Nota}(S) + 2 \cdot \text{Nota}(L)}{10}$$
, onde  $S$  denota seminário e  $L$  denota listas de exercícios.

(f) O conceito será atribuído a partir da nota  $N$  por meio da seguinte tabela de conversão:

$0 \leq N < 5$	$5 \leq N < 7$	$7 \leq N < 8,5$	$8,5 \leq N \leq 10$
R	C	B	A

(g) A solicitação da prova substitutiva deve ser enviada ao e-mail [cleber.colle@ufabc.edu.br](mailto:cleber.colle@ufabc.edu.br) (devidamente justificada e documentada).

## Referências bibliográficas

- [1] M. P. do Carmo, Geometria Riemanniana, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1979
- [2] J. M. Lee, Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature, Springer, 1950
- [3] M. M. Alexandrino, Notas de Aula: [Introdução à Geometria Riemanniana](#), USP, 2022
- [4] P. Petersen, Riemannian Geometry, Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 171, Springer, New York, 2006.